



Second Semester Examination
2016/2017 Academic Session

June 2017

CPT112 – Discrete Structures
[Struktur Diskret]

Duration : 3 hours
[Masa : 3 jam]

INSTRUCTIONS TO CANDIDATE:
[ARAHAN KEPADA CALON:]

- Please ensure that this examination paper contains **FOUR** questions in **TEN** printed pages before you begin the examination.

*[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **EMPAT** soalan di dalam **SEPULUH** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]*

- Answer **ALL** questions.

*[Jawab **SEMUA** soalan.]*

- You may answer the questions either in English or in Bahasa Malaysia.

[Anda dibenarkan menjawab soalan sama ada dalam bahasa Inggeris atau bahasa Malaysia.]

- In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai.]

1. (a) Given $C = \{ (Gopal, 3.72), (Yaya, 3.10), (Ying, 3.18), \dots \}$ is a set of tuples from the set $(Name \times CGPA)$. $Y = \{ (Gopal, 2), (Yaya, 3), (Ying, 4), \dots \}$ which is a set of tuples from the set $(Name \times School)$. $P = \{ (Gopal, \text{"Computer"}), (Yaya, \text{"Mathematic"}), (Ying, \text{"Physic"}), \dots \}$ is a set of tuples from the set $(Name \times Programme)$.

Diberi $C = \{ (Gopal, 3.72), (Yaya, 3.10), (Ying, 3.18), \dots \}$ adalah satu set tuple-tuple dari set $(Name \times CGPA)$. $Y = \{ (Gopal, 2), (Yaya, 3), (Ying, 4), \dots \}$ adalah satu set tuple-tuple dari set $(Name \times School)$. $P = \{ (Gopal, \text{"Computer"}), (Yaya, \text{"Mathematic"}), (Ying, \text{"Physic"}), \dots \}$ adalah satu set tuple-tuple dari set $(Name \times Programme)$.

- (i) Describe set A in words if set A is defined as, $A = \{ x \mid (x,y) \in P, (x,z) \in C, y = \text{"Computer"}, z < 3.00 \}$.

Perihalkan set A dalam bentuk perkataan jika set A ditakrifkan sebagai, $A = \{ x \mid (x,y) \in P, (x,z) \in C, y = \text{"Computer"}, z < 3.00 \}$.

(10/100)

- (ii) Write a formula for set D, which is a set of names of all the first year, computer science students who are receiving the dean's list award ($CGPA > 3.50$).

Tulis satu formula untuk set D, yang merupakan set nama-nama semua pelajar tahun satu, sains komputer yang menerima anugerah senarai dekan ($CGPA > 3.50$).

(10/100)

- (iii) Given the scenario above, postulate the result of the following equation, $| P(A \cap D) |$.

Berdasarkan senario di atas, postulat hasil daripada persamaan berikut, $| P(A \cap D) |$.

(10/100)

- (b) Below is a Boolean matrix M, depicting the $x|y$ (x divides y) relation where $x, y \in \{2,3,4\}$. Note that, x is represented by the rows and y is represented by the columns of the matrix.

Di bawah adalah matriks Boolean M, yang menggambarkan hubungan $x|y$ (x membahagikan y) yang mana $x, y \in \{2,3,4\}$. Sila ambil perhatian bahawa x diwakili oleh baris pada matriks tersebut dan y diwakili oleh lajur kepada matriks tersebut.

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- (i) Write a Boolean matrix P , which represents the $x|y$ relation where $x, y \in \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$.

Tulis matriks Boolean P , yang mewakili hubungan $x|y$ di mana $x, y \in \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$.

(10/100)

- (ii) Let Q be the Boolean matrix which represents the $x|y$ relation where $x, y \in \{2, 3, 4, \dots\}$. Describe the matrix $(Q \odot Q)$.

Biarkan Q menjadi matriks Boolean yang mewakili hubungan $x|y$ di mana $x, y \in \{2, 3, 4, \dots\}$. Terangkan apakah matrix $(Q \odot Q)$.

(10/100)

- (c) Mr. Fang has RM100,000.00. He plans to do an investment and buy a car with his money.

Encik Fang mempunyai RM100,000.00. Beliau merancang untuk melakukan pelaburan dan membeli sebuah kereta dengan wang itu.

- (i) In order to plan for his investment, he did a study on the current economy trend. The economy is reported to be shrinking, and will inflict a country with a probability of $1/1000$. The report is based on a study that is 99% accurate. What is the chances that the economy is actually shrinking.

Dalam usaha untuk merancang pelaburan, beliau melakukan kajian mengenai trend ekonomi semasa. Ekonomi dilaporkan akan mengecut, dan melanda sesebuah negara dengan kebarangkalian $1/1000$. Laporan itu berdasarkan kajian yang 99% tepat. Apakah kemungkinan bahawa ekonomi sebenarnya mengecut.

(10/100)

- (ii) He bought a car for RM60,000 in 2017. The value of the car that he bought depreciates 10% per year. Find an **implicit** formula that can determine the value of the car in the n -th year (where $n=0$ means year 2017).

*Dia membeli sebuah kereta dengan harga RM60,000 pada tahun 2017. Nilai kereta yang dibelinya susut nilai sebanyak 10% setahun. Cari formula **tersirat** yang boleh menentukan nilai kereta tersebut pada tahun ke- n (di mana $n = 0$ bermaksud tahun 2017).*

(10/100)

- (iii) He made an investment with the rest of his money (RM40,000.00) that gives 15% interest per year. He starts his investment in 2017. Find an **explicit** formula that can determine the amount of money that he has in the n -th year (where $n=0$ means year 2017).

*Dia membuat pelaburan dengan baki wangnya (RM40,000.00), yang memberikan faedah 15% setahun. Dia memulakan pelaburan pada tahun 2017. Cari formula **nyata** (explicit) yang boleh menentukan jumlah wang beliau pada tahun ke- n (di mana $n = 0$ bermaksud tahun 2017).*

(10/100)

- (iv) He plans to sell his car on the n -th year. Write a formula that can determine the amount of money that he has in the n -th year; that is the amount of money that he has from the investment and selling the car on the n -th year.

Beliau merancang untuk menjual keretanya pada tahun ke- n . Tulis formula yang menentukan jumlah wang yang beliau ada dalam tahun ke- n ; iaitu jumlah wang hasil pelaburan beliau dan dari hasil penjualan kereta beliau pada tahun ke- n .

(10/100)

- (v) To manage his financial, Mr. Fang chooses a financial institution that has 3 local branches (Bukit Jambul Branch, USM Branch and Bayan Lepas Branch). He visited a branch exactly once a month. How many combination of visits are possible within a year? (**Hints:** 3 visits to the Bukit Jambul branch, 3 visits to the USM branch and 6 visits to the Bayan Lepas branch is one possible solution).

*Untuk menguruskan urusan kewangan beliau, Encik Fang memilih institusi kewangan yang mempunyai 3 cawangan tempatan (cawangan Bukit Jambul, cawangan USM dan cawangan Bayan Lepas). Beliau melawat cawangan hanya sekali sebulan. Berapa banyak kombinasi lawatan boleh dilakukan dalam tempoh setahun? (**Petua:** 3 lawatan ke cawangan Bukit Jambul, 3 lawatan ke cawangan USM dan 6 lawatan ke cawangan Bayan Lepas adalah salah satu penyelesaian yang mungkin).*

(10/100)

2. (a) Given $S_n = 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n = 2^{n+1} - 1$, where $n \in \mathbb{N}$

Diberi $S_n = 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n = 2^{n+1} - 1$, dimana $n \in \mathbb{N}$

- (i) By using mathematical induction, prove:

Dengan menggunakan aruhan matematik, buktikan:

$$2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n = 2^{n+1} - 1, n \in \mathbb{N}.$$

(15/100)

- (ii) Write the first **five (5)** terms of S_n .

Tuliskan lima (5) sebutan pertama S_n .

(5/100)

- (iii) Find an implicit formula for S_n .

Cari formula tersirat bagi S_n .

(10/100)

- (iv) Write a recursive pseudocode that can find the n -th term of S_n .

Tuliskan kod pseudo rekursif yang boleh mendapatkan sebutan ke n bagi S_n .

(25/100)

- (b) After graduation, a student successfully gets a job that pays RM3,000.00 monthly (RM36,000.00 annually).

Selepas tamat pengajian, pelajar berjaya mendapat pekerjaan yang membayar RM3,000.00 sebulan (RM36,000.00 setiap tahun).

- (i) Write a **recursive** pseudocode to calculate how much the student will earn in n years from now if the student receives a five percent raise every year.

Tulis pseudokod rekursif untuk mengira berapa banyak pelajar tersebut akan dapat dalam n tahun dari sekarang sekiranya pelajar menerima kenaikan lima peratus setiap tahun.

(20/100)

- (ii) Write a pseudocode using a **loop** to calculate how much the student will earn in n years if each year the student receives a raise of RM1,000.00 plus two percent of the previous year's salary.

Tulis pseudokod menggunakan gelung untuk mengira berapa banyak pelajar akan dapat dalam n tahun jika setiap tahun pelajar menerima kenaikan sebanyak RM1,000.00 ditambah dua peratus daripada gaji pada tahun sebelumnya.

(25/100)

3. (a) Consider the following function:

Pertimbangkan fungsi berikut:

```

Function Foo(Relation[][][,i,j,n)
Array Relation[1..n][1..n] of integer
i,j,n: integer

Begin
  If (Relation[i][j] != Relation[j][i]) then
    Return(false)

  If ((i = n) and (j = n)) then
    Return(true)
  Else
    If ((i > n) and (j = n)) then
      Foo(Relation[][][,i+1,1,n)
    Else
      Foo(Relation[][][,i,j+1,n)
End

```

- (i) What is the returned value if the function was called with the following parameters:

Apakah nilai yang dikembalikan jika fungsi itu dipanggil dengan parameter berikut:

Foo(Relation[[1,1,1],[1,0,0],[1,0,0]], 1, 1, 3)?

Hint / Petunjuk: $M_{Relation} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

(10/100)

- (ii) What happens if the function was called with the following parameters:

Apa yang berlaku jika fungsi itu dipanggil dengan parameter berikut:

Foo(Relation[[1,1,1],[1,0,0],[1,0,0]], 5, 5, 3)?

(10/100)

- (iii) What is the task of the given function Foo?

Apakah tugas fungsi Foo yang diberikan?

(5/100)

- (iv) Write a loop function that can accomplish the same task.

Tuliskan fungsi gelung yang boleh menyelesaikan tugas yang sama.

(25/100)

- (b) Answer the following questions for the relation R defined on the set of seven-bit strings by s_1Rs_2 , provided that the first four bits of s_1 and s_2 coincide.

Jawab soalan-soalan berikut untuk hubungan R yang ditakrif di set rentetan tujuh-bit oleh s_1Rs_2 , dengan syarat bahawa empat bit pertama s_1 dan s_2 serentak.

- (i) Show that R is an equivalence relation.

Tunjukkan R adalah hubungan kesetaraan.

(20/100)

- (ii) How many equivalence classes are there?

Berapa banyak kelas kesetaraan yang ada?

(20/100)

- (iii) List **one (1)** member of each equivalence class.

*Senaraikan **satu (1)** ahli bagi setiap kelas kesetaraan.*

(10/100)

4. (a) Draw the Hasse diagram for the partial ordering $\{(A, B) \mid A \subseteq B\}$ on the power set $P(S)$ where $S = \{a, b, c\}$.

Lukis gambar rajah Hasse bagi turutan separa $\{(A, B) \mid A \subseteq B\}$ untuk set kuasa $P(S)$ di mana $S = \{a, b, c\}$.

(12/100)

- (b) A development project at Computer Company ZZ requires the completion on seven tasks. Some of the tasks can be started only after other tasks are finished. A partial ordering on tasks is set up by considering task $X < \text{task } Y$ if task Y cannot be started until task X has been completed. The Hasse diagram for the seven tasks, with respect to this partial ordering, is shown in Figure 2. Find an order in which these tasks can be carried out to complete the project.

Satu projek pembangunan di Syarikat computer ZZ perlu menyiapkan tujuh tugasan. Beberapa tugas boleh dimulakan hanya selepas tugas-tugas lain selesai. Satu turutan separa kepada tugas ditetapkan dengan mempertimbangkan tugas $X < \text{tugas } Y$ jika tugas Y tidak boleh dimulakan sehingga tugas X telah selesai. Gambar rajah Hasse bagi tujuh tugasan, berkenaan dengan pesanan separa ini, ditunjukkan dalam Rajah 2. Cari suatu turutan di mana tugas-tugas ini boleh dijalankan untuk menyiapkan projek itu.

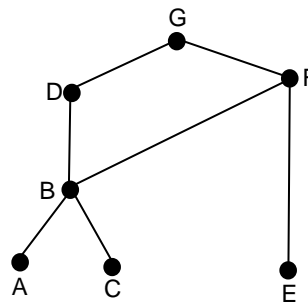


Figure 2 / Rajah 2

(24/100)

- (c) Use Dijkstra's algorithm to find the path and the length of the shortest path between the vertices **A** and **H** in the following weighted graph as shown in Figure 3:

Guna algoritma Dijkstra untuk mencari laluan dan panjang laluan yang terdekat antara mercu A dan H dalam graf wajaran berikut seperti ditunjukkan dalam Rajah 3:

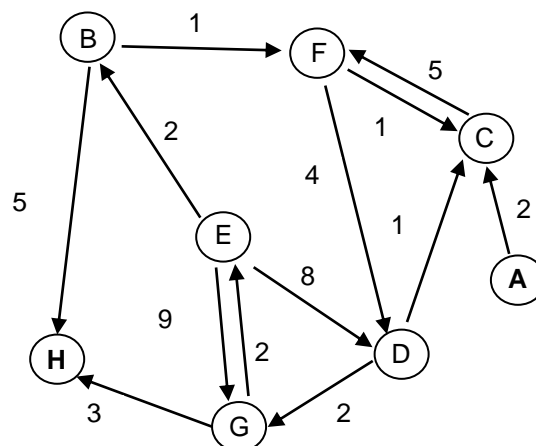


Figure 3 / Rajah 3

(20/100)

- (d) Use Depth First Search to find a spanning tree for the graph G as shown in Figure 4. (**Note:** assume the searching start from node f .)

*Guna Kedalaman Carian Pertama untuk mencari pohon merentang bagi graf G seperti ditunjukkan dalam Rajah 4. (**Nota:** andaikan carian bermula dari node f .)*

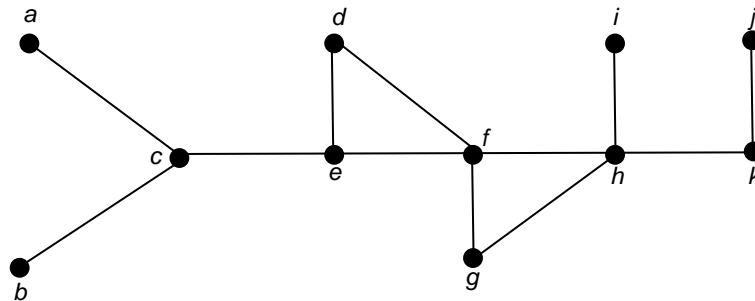


Figure 4 / Rajah 4

(20/100)

- (e) Consider the machine Moore M shown in Figure 5. The state S_0 is the starting state and state S_2 is the terminal state. The input set is $I = \{a, b\}$.

Pertimbangkan mesin Moore M ditunjukkan dalam Rajah 5. Keadaan S_0 adalah keadaan mula dan keadaan S_2 adalah keadaan terminal. Set input adalah $I = \{a, b\}$.

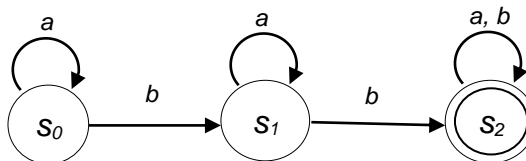


Figure 5: Machine Moore M / Rajah 5: Mesin Moore M

- (i) What is $L(M)$?

Apakah $L(M)$?

- (ii) Construct a grammar G such that $L(G) = L(M)$.

Bina tatabahasa G supaya $L(G) = L(M)$.

- (iii) Find a regular expression over input set $I = \{a, b\}$ that corresponds to $L(M)$.

Cari ungkapan biasa ke atas set input $I = \{a, b\}$ yang sepadan dengan $L(M)$.

- (iv) Give **one** (1) example each of strings can be accepted and rejected based on $L(M)$.

*Beri **satu** (1) contoh setiap rentetan boleh diterima dan ditolak berdasarkan $L(M)$.*

(24/100)